

УДК 528.489:621.315.17

Определение формы провода ЛЭП на основании вычисления по геодезическим измерениям функции ее аппроксимирующей

© ¹Трофимов А. А., ²Кравченко В. А., ³Филиппова А. В., 2015

Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики

197101, Россия, г. Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, д. 49

¹ 79219615535@yandex.ru ²vovin84@mail.ru ³1425029@gmail.com

Линия электропередач является сложным инженерным сооружением, служащей для передачи электроэнергии на расстоянии. На сегодняшний момент данный метод передачи электроэнергии является наиболее финансово оправданным по части затрат в сравнение с кабельными прокладками. Благодаря этому линиями электропередач окутаны города, а также соединены между собой. И в последнее время существующие опоры стали использовать для подвеса линий связи (волоконно-оптические линии связи). Для реализации подвеса кабеля необходимо знать провис существующего провода. В данной статье приводится обоснование возможности вычисления отметок провода в любом пролете или во всех пролетах анкерного участка высоковольтной линии электропередачи по измеренным отметкам провода в одном из пролетов данного анкерного участка. Данная методика максимально сведена к простому способу реализации, без сложных вычислений, поэтому может быть полезна специалистам, работающим в сфере изысканий и проектирования линий электропередач, сталкивающимся в практической деятельности с необходимостью быстрого получения результата.

Воздушная линия электропередачи, вычисление отметки провода, цепная линия.

Overhead power line, the calculation of the height of the wire, catenary.

Линия электропередачи – это инженерное сооружение, служащее для передачи электроэнергии на расстоянии. Главным элементом конструкции является провод, посредством которого осуществляется транспортировка электроэнергии. Основной технологической особенностью данного сооружения является то, что провод посредством опор, закрепительной арматуры и изоляторов подвешивается над подстилающей поверхностью. Опоры, на которые приходится нагрузка, подразделяются на два основных типа: анкерные и промежуточные. Анкерные опоры и их фундаменты более тяжелые и имеют более сложную конструкцию, чем промежуточные. Это объясняется их назначением. При этом сооружение анкерных опор в несколько раз дороже возведения промежуточных, поэтому использование только анкерных опор экономически необоснованно. На анкерных опорах провод закрепляется жестко и они, по сути, несут не только вертикальную нагрузку, возникающую вследствие тяжести провода, но и боковую, действующую на вырывание. На промежуточных же опорах провод подвешивается без жесткого крепления в отверстия изоляторов. Таким образом, промежуточные опоры испытывают лишь вертикальную нагрузку, вследствие чего имеют более легкую и дешевую конструкцию. Анкерные опоры равномерно расположены по трассе линии через каждые 10–20 промежуточных опор и на углах. На всем анкерном участке подвешенный провод является цельным и вследствие свободного движения через изоляторы промежуточных опор под действием силы тяжести равномерно распределяется по всем пролетам анкерного участка (рис. 1). В результате такого подвеса провод на всем анкерном участке принимает одинаковую форму, т. е. его форма описывается одинаковой функцией кривой. Это подтверждается, в том числе, использованием при проектировании ЛЭП так называемого «шаблона» провода. Под данным

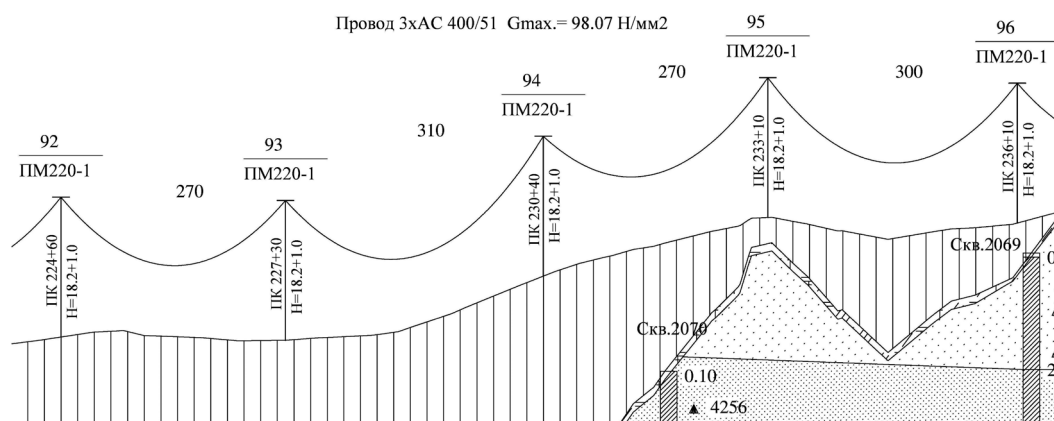


Рис. 1. Фрагмент продольного профиля проектируемой ЛЭП 220 кВ

шаблоном понимается форма провода, принятая по наихудшим условиям окружающей среды для данного района работ и учитывая марку провода.

Такая кривая называется цепной линией. Она описывается графиком функции гиперболического косинуса [1], ее формула имеет следующий вид:

$$y = \frac{a}{2} + \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}.$$

В данном случае ось y является осью симметрии графика функции.

В том случае, когда график функции смещен, он будет представлен таким уравнением:

$$y = \frac{a}{2} + \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right) + bx + c = a \operatorname{ch} \frac{x}{a} + bx + c. \quad (1)$$

Как видно из данной формулы, форма графика функции определяется одной константой « a ». К вычислению данной константы применительно к конкурентному анкерному пролету ЛЭП в конечном счете и сводится задача определения формы провода. Стоит отметить, что данная константа зависит от значения ускорения свободного падения, объемной плотности материала провода, площади поперечного сечения провода и силы его натяжения. Вследствие зависимости силы натяжения провода от температуры окружающей среды ввиду температурного расширения материала полученное значение константы относиться лишь к заданным условиям внешней среды, и при их изменении константа также меняется. Определение закономерности ее изменения в настоящей статье не рассматривается, поскольку для этого требуется выполнение многократных измерений, а также привлечения данных о структуре самого провода.

На основании данных теоретических выкладок, авторами статьи выполнены следующие работы: выбрана удобно расположенная для наблюдений линия электропередач; развито съемочное обоснование; с точек съемочного обоснования выполнено определение координат и высот трех проводов ЛЭП и грозотроса через каждые 20–30 м в плане; обработан съемочный пикетаж и на основании него составлена таблица полученных значений; по значениям таблицы по второму пролету вычислены формулы цепной линии, описывающей форму данных проводов и построен график данных функций; графически вписаны полученные графики на точки подвеса проводов на опорах по продольному профилю; сопоставлены теоретические значения с полученными непосредственно из измерений по первому, третьему и четвертому пролетам; сделаны выводы по точности и возможности использования метода.

Приведем детальное описание работы:

В качестве объекта исследования был выбран анкерный участок существующий ЛЭП напряжением 110 кВ, расположенный в Невском районе Санкт-Петербурга вдоль ул. Шелгунова на участке от ул. Бабушкина до ул. Кибальчича. Была назначена условная нумерация опор. В данном анкерном участке пять опор и, соответственно, четыре пролета (рис. 2). В створе ЛЭП было развито съемочное обоснование в местной системе плановых координат и Балтийской системе высот 1977 года с применением электронного тахеометра Sokkia Set 230.

С точек съемочного обоснования были получены координаты и высоты трех проводов ЛЭП и грозотроса через каждые 10–20 м в плане. Также было определено положение опор. По результатам съемочных работ составлен план, а по нему – продольный профиль анкерного участка с указанием мест определения отметок проводов (рис. 3).

В качестве пролета для определение формулы цепной линии по данному анкерному участку, выбран второй как содержащий наибольшее количество съемочных пикетов (рис. 4).

По съемочным данным была составлена таблица, содержащая значения отметок провода и расстояний в плане от центра первой опоры до точки взятия отметки по трем проводам и грозотросу.

На основании полученных данных (см. таблицу) необходимо определить формулу

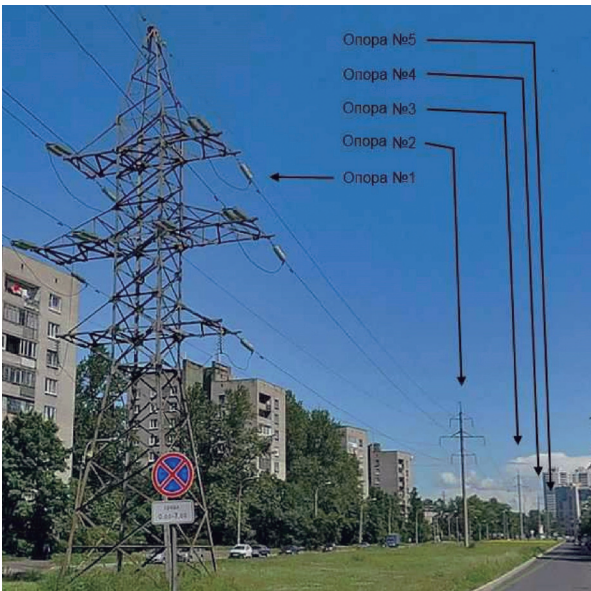


Рис. 2. Анкерный участок ЛЭП

Т а б л и ц а

Значения отметок проводов второго пролета

Нижний провод		Средний провод		Верхний провод		Грозотросс	
L, м (x)	H, м (y)	L, м (x)	H, м (y)	L, м (x)	H, м (y)	L, м (x)	H, м (y)
150,78	22,79	150,78	25,66	149,88	29,09	148,80	33,27
171,28	21,11	171,22	23,50	191,36	25,47	186,00	31,24
182,06	20,40	184,59	22,39	207,15	24,64	186,47	31,22
195,06	19,72	199,51	21,43	209,32	24,57	214,54	30,39
206,54	19,25	212,79	20,82	226,97	24,08	224,94	30,23
220,63	18,86	221,05	20,55	239,37	23,97	270,33	30,49
226,47	18,73	228,34	20,42	260,83	24,26	313,16	32,25
239,32	18,64	237,69	20,33	297,67	26,14	318,43	32,56
240,80	18,67	258,91	20,56	316,72	27,79	331,18	33,42
256,63	18,79	282,28	21,55	331,27	29,34	—	—
275,43	19,30	309,59	23,63	—	—	—	—
293,52	20,15	331,06	25,98	—	—	—	—
330,88	22,98	—	—	—	—	—	—

Примечания: 1 – начало отсчета L – центр опоры 1; 2 – отсчет H в Балтийской системе высот; 3 – температура окружающего воздуха +12 °С.

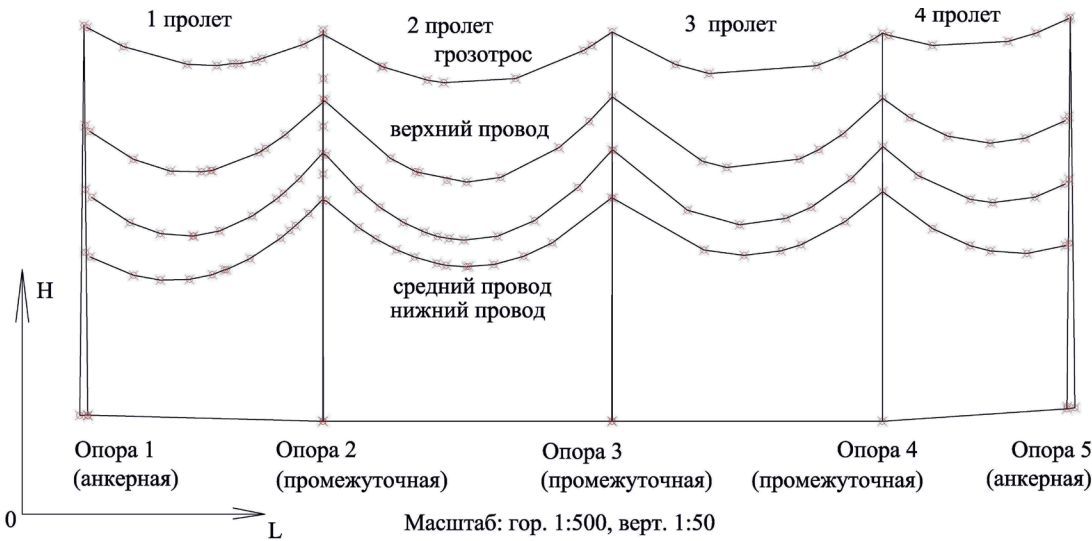


Рис. 3. Продольный профиль анкерного участка

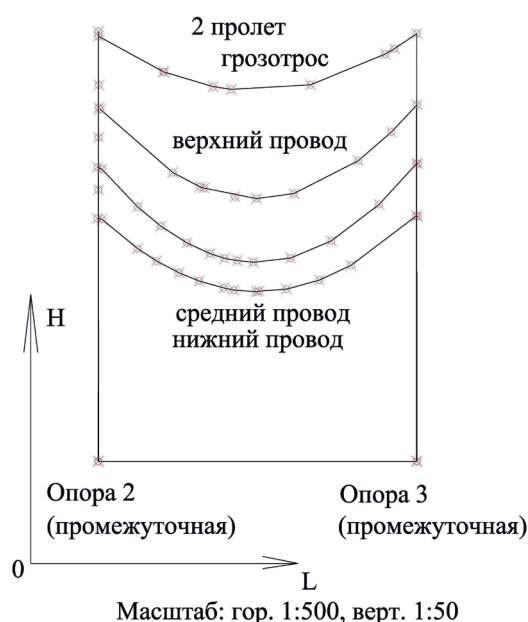


Рис. 4. Продольный профиль второго пролета

$$\begin{cases} d \sum x_i^3 + h \sum x_i^2 + k \sum x_i + nl = \sum y_i; \\ d \sum x_i^4 + h \sum x_i^3 + k \sum x_i^2 + l \sum x_i = \sum x_i y_i; \\ d \sum x_i^5 + h \sum x_i^4 + k \sum x_i^3 + l \sum x_i^2 = \sum x_i^2 y_i; \\ d \sum x_i^6 + h \sum x_i^5 + k \sum x_i^4 + l \sum x_i^3 = \sum x_i^3 y_i. \end{cases}$$

Подставив значения из таблицы и решив данную систему линейных уравнений методом Крамера, получим искомое уравнение для нижнего провода:

$$y = 0,0005x^2 - 0,2419x + 48,0597. \quad (2)$$

Для оценки точности выражения (2) вычислим среднюю ошибку аппроксимации по следующей формуле, которая показывает среднее отклонение расчетных значений от фактических:

$$A = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| 100 \% = \frac{0,0053}{13} 100 \% = 0,0408 \%.$$

Поскольку здесь используются значения размерности метр, то средняя ошибка аппроксимации будет равна 41 мм, что удовлетворяет поставленной задаче.

Аналогичные формулы для среднего, верхнего проводов и гозотроса имеют вид:

$$y = 0,0006x^2 - 0,3174x + 58,6744;$$

$$y = 0,0006x^2 - 0,3035x + 60,3904;$$

$$y = 0,0003x^2 - 0,1690x + 51,0491.$$

Средние ошибки аппроксимации будут соответственно равны:

$$A = \frac{0,0034}{12} 100 \% = 0,0285 \%;$$

$$A = \frac{0,0030}{10} 100 \% = 0,0297 \%;$$

$$A = \frac{0,0012}{9} 100 \% = 0,0136 \%.$$

Однако указанный выше алгоритм не является простым для расчета при выполнении проектно-изыскательских работ. Стоит отметить, что для метода наименьших квадратов имеются программные приложения, автоматизирующие расчеты, однако, как правило, большинство сотрудников проектных институтов по ходу практической деятельности их не используют. Поэтому применяют третий путь решения задачи. Он основан на исполь-

графика функции со средней ошибкой аппроксимации не хуже 50 мм. Такая точность определена, исходя из того, что конечная ведомость геодезических обмеров воздушной линии электропередач, передаваемая в проектные отделы, содержит значения высот провода и элементов опор с округлением до дециметра.

Для этого необходимо выполнить приближение полинома на основании метода наименьших квадратов [2]. Ограничимся полиномом третьей степени:

$$y = dx^3 + hx^2 + kx + l.$$

В статье не представлено полное решение данной задачи ввиду ее громоздкости. Приведено лишь описание алгоритма решения и результаты вычислений.

Вначале вычислим данные для нижнего провода. Для чего найдем коэффициенты d , h , k и l и составим систему уравнений:

зовании довольно распространенных, в том числе и в сегменте русскоязычного Интернета, математических онлайн-калькуляторов, позволяющих автоматизировать громоздкие вычисления метода наименьших квадратов. При этом вводить в них нужно лишь измеренные значения и формулу. Так, например, в сервисе онлайн-калькуляторов [3] имеется возможность вычислить параметры a , b и c формулы (1), загрузив данные измерений в формате excel и ввести данную функцию аппроксимации. Для нижнего, среднего, верхнего проводов и грозотроса соответственно формула (1) примет следующий вид:

$$y = 987,2370 \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{987,2370} - 0,2456x - 938,9432; \quad (3)$$

$$y = 775,7346 \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{775,7346} - 0,3144x - 717,3688; \quad (4)$$

$$y = 819,6052 \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{819,6051} - 0,2968x - 759,7772; \quad (5)$$

$$y = 1321,2313 \cdot \operatorname{ch} \frac{x}{1321,2313} - 0,1821x - 1269,2422. \quad (6)$$

Откуда видно, что коэффициент « a » принимает большее значение для грозотроса и меньшее для среднего провода. Это означает, что грозотрос имеет более пологий профиль, а средний провод – более вытянутый по вертикали (см. рис. 4). Неравенство коэффициентов по проводам – это конструктивная ошибка линии электропередач, вызванная неравенством натяжения проводов при их креплении к анкерным опорам. В данном случае требуется дополнительная «подтяжка» среднего и верхнего провода до уровня нижнего.

Теперь задача сводится к построению шаблона профиля каждого провода по формулам (3)–(6). После этого графически данный шаблон профиля «сажается» на точки подвеса нижнего провода на опорах всех пролетов. Данный процесс легко выполняется в программе AutoCAD. Результат такой «посадки» приведен на рис. 5. Полевые данные, по которым проводилось вычисление форм проводов второго пролета, а также подвесы проводов на опорах других пролетов, по которым «сажался» шаблон провода; зеленым – результаты контрольных наблюдений по проводам, по которым далее будет выполнена оценка точности «посадки».

На основании графического анализа было выявлено, что максимальное отклонение по высоте между контрольными точками и шаблоном проводов в первом, третьем и четвертом пролетах составило 11 см, а среднее значение – 5 см. Данные значения ошибок удовлетворяют решению поставленной задачи о нахождении отметки провода в любой его точке.

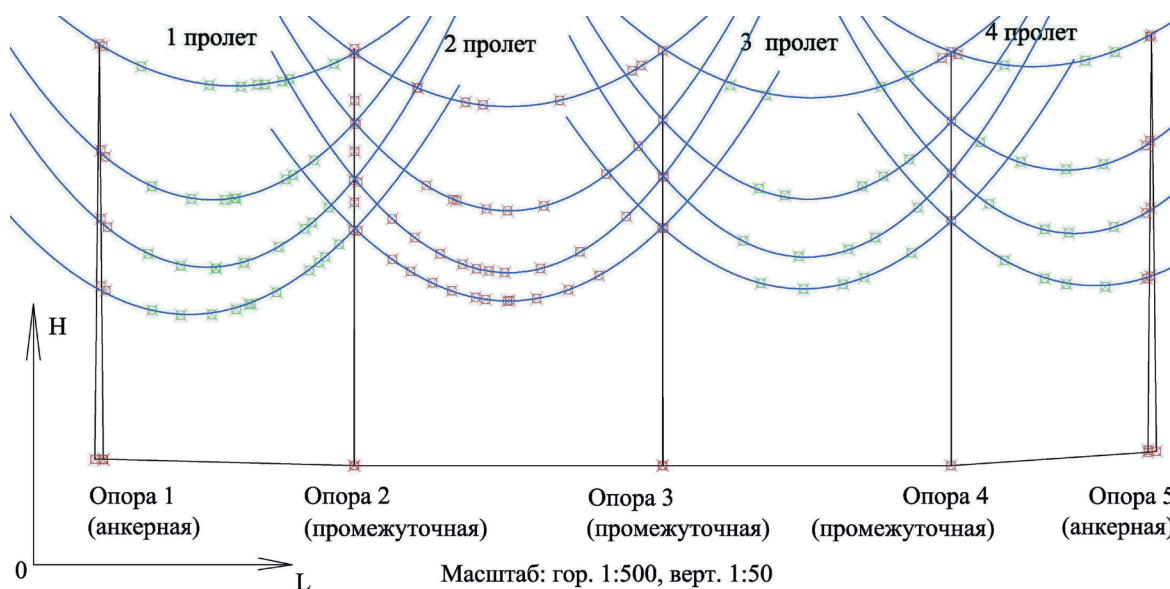


Рис. 5. Продольный профиль с вычисленными формами проводов



Данный метод найдет применение в ходе решения ряда практических задач при изысканиях и проектировании линий электропередач, например, следующих.

1. В ходе выполнения рекогносцировочного обследования новых трасс в местах пересечения с существующими ЛЭП, когда створ перехода еще не выбран, а выполнение полного комплекса обмеров пересекаемых ЛЭП во многих пролетах нецелесообразно с экономической точки зрения. В этом случае детально обмеряются провода одного пролета, а в остальных определяются только отметки подвеса провода к изоляторам, что можно выполнить даже с использованием карманного лазерного дальномера с видоискателем типа Leica Disto A8. При этом дополнительно определяется отметка у основания данных опор.

2. При выполнении инженерно-геодезических изысканий с выполнением съемочных работ с использованием беспилотных летательных средств, когда матрица высот трассы проектируемой ЛЭП создается путем обработки стереопар или данных лазерного сканирования. Причем при данных методах выполнения полевых работ, как правило, отметки элементов существующих опор определяются безошибочно, а отметки провода не определяются ввиду его малой толщины. В этом случае можно получать отметки провода с использованием электронных тахеометров в небольшом проценте пролетов существующих ЛЭП, а остальные через функцию цепной линии, что позволит сократить общие издержки при выполнении работ.

3. При выполнении съемочных работ в рамках инженерно-геодезических изысканий классическими методами с использованием оптико-лазерного оборудования в случаях, когда координирование провода в отдельных пролетах существующих ЛЭП невозможно по ряду причин, таких как непроходимые болота, овраги, объекты гидрографии или частные территории.

4. При необходимости подтверждения равенства силы натяжения проводов существующих линий электропередач, либо оценки ее неравенства в целях определения необходимости технического обслуживания провода существующих воздушных линий электропередач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бошнякович А. Д. Механический расчет проводов и тросов ЛЭП. – М.: Государственное энергетическое издательство, 1963. – 253 с.
2. Герасименко М. Д. Современный метод наименьших квадратов с геодезическими приложениями. – Владивосток: Дальнаука, 1998. – 101 с.
3. Сервис онлайн-калькуляторов для решения математических задач: <http://www.kontrolnaya-rabota.ru/s/teoriya-veroyatnosti/method-naimenshih-kvadratov/>.

Summary

Power line is a complex engineering structure, serving for power transmission from a distance. Nowadays this method of power transmission is the most financially justified for part of the cost in comparison with cable gaskets. Thereby power lines shrouded the city, as well as interconnected. And in recent years existing support are used for suspension lines (Fiber-optic transmission line). For the implementation of the suspension cable is necessary to know the existing slack wire. This article provides a rationale computation capabilities of wire marks in any migration or all of the anchor spans phase high voltage transmission lines on the measured elevations of the wire in one of the spans of the anchor section. This methodology is maximally reduced to a simple implementation method, without complex calculations, so it may be useful to professionals working in the field of research and design of power lines facing in practical activities with the need for rapid results.